

Adatlap¹ témahirdetési javaslatához a Csonka Pál Doktori Iskola Tanácsa részére

Témavezető² neve: Ther Tamás
e-mail címe³: ther.tamas@epk.bme.hu

Téma címe (magyar és angol nyelven):
Bordás boltozatok teherbírása
Load-bearing capacity of ribbed vaults

A **téma** rövid leírása⁴ (magyar és angol nyelven):

Robert Willis [1] 1842-ben írta le, hogy a középkori Európában épült bordás boltozatok merőben eltérnek az ókori római építészetben megszokott kialakításoktól. Állítása szerint a bordás boltozatok fő teherhordó elemei a bordák, melyek közé utólagos kifalazásként, jellemzően gyengébb anyagból készültek el a boltozati felületek. Állítását a későbbiekben sok esetben evidenciaként kezelték. Ezzel szemben Alexander [2] úgy fogalmaz, hogy a bordák a késő gótikában már minden bizonnyal csupán az építés során bírtak jelentőséggel és leginkább esztétikai szerepük jelentős.

A fenti állítások alapján a bordák jelentőségének és szerepük időbeli változásának kapcsán nincs konszenzus a kutatók körében.

A falazott szerkezetekkel kapcsolatos vizsgálatoknál az egyensúlyi-, kompatibilitási- (geometria) és anyagegyenletek közül a két első a leglényegesebb, mivel a feszültségek jellemzően egy nagyságrenddel kisebbek, mint az anyag szilárdsága. Ebből a megfontolásból a szerkezetek ellenőrzéséhez a *limit analysis* biztosít elméleti háttérrel. Ahogy képlékenyedő anyagú szerkezetek – például acél keretek – vizsgálatánál, úgy az egyes elemek között megnyílni képes falazott íveknél, boltozatoknál is alkalmazható a képlékenységtan statikai és kinematikai tétele.

Síkbeli szerkezetek esetén a nyomásvonal vizsgálat [4,5,6] és a szerkezetet alkotó merev testek egyensúlyi egyenletei alapján definiálható *limit analysis* vizsgálat [7] a képlékenységtan statikai tételének megfelelően egy alsó becslést ad a törőteherre. Ezen vizsgálatok nagy előnye, hogy pusztán a szerkezet geometriája alapján – így az anyagtól függetlenül – adnak egy biztonságos

¹ Az adatlapot aláírva és szkennelve a Doktori Iskola titkárának (Fehér Eszter, feher.eszter@epk.bme.hu) kell eljuttatni elektronikusan. A témahirdetés elfogadása esetén az adatlap felkerül a Csonka Pál Doktori Iskola (<http://cspdi.bme.hu/felveteli/temahirdetesek>), a témahirdetés rövid leírása pedig az Országos Doktori Tanács (<http://www.doktori.hu/>) honlapjára.

² A témahirdetés elfogadása automatikusan a témavezető akkreditációját is jelenti az azévi felvételi eljáráshoz.

³ Kérjük, olyan elérhetőséget adjon meg, ahová biztonsággal küldhetünk hivatalos értesítéseket.

⁴ A téma rövid leírása (szóközökkel) 1000-3000 leütés hosszú. A jelentkező hallgatókat bővebben tájékoztató változatot, (mely a téma fent megadott releváns nemzetközi irodalmára tételesen hivatkozik) kérjük a mellékletben megadni.

közelítést a szerkezet maximális terhével és a tönkremenetelhez tartozó mechanizmussal kapcsolatban.

A képlékenységtan kinematikai tételét alkalmazzák boltozatok teherbírásának felső korlátjának meghatározásához [8,9,10]. Ezen vizsgálatoknál a térbeli, falazott szerkezetek modellezéséhez az egyes felületelemek között definiálandó számos olyan, sokszor nemfizikai paraméter, amely a kapcsolatok merevségét, a súrlódás milyenségét, és az energiadisszipáció mértékét határozzák meg. Ezen eljárások nagyon hatékonyan jósolják meg a szerkezet tönkremeneteli mechanizmusát, azonban igen érzékenyek a fent jelzett paraméterekre, így jellemzően kísérleti eredmények alapján határozhatók meg.

A fentiek alapján továbbra is nyitott kérdés, hogy térbeli bordás boltozatok esetén milyen jelentősége van a bordáknak. Adott bordarendszer törőterhének vizsgálata jellemezheti a teljes boltozat milyenségét, ilyen módon a történeti formák tartószerkezeti szempontból releváns jósága pusztán geometriai szempontok alapján meghatározható. A kutatás során választ adhatunk arra, hogy a bordarendszer egyes geometriai szerkesztési módjai, vagy a későbbi korok elvi rekonstrukciói során alkalmazott szerkesztési eljárások közötti különbségekre mennyire érzékenyek a szerkezetek. A bordarendszerek tönkremeneteli mechanizmusának ismerete segíthet megérteni meglévő, de sérült szerkezetek állapotát, az erősítés vagy helyreállítás megfelelő módját.

A kutatás során létre kell hozni egy térbeli rúdszerkezeti programot, amellyel az ívrendszerek *limit analysis* vizsgálata végrehajtható. A programban az egyes rúdelemek a bordákat alkotó köveket, a rúdelemek közötti speciális külpontos csuklók a megnyílni képes kapcsolatot modellezik. A számítási modellel önsúlyra és eltérő típusú terhekre (koncentrált teher a záradéknál, vízszintes irányú, önsúllyal arányos teher, támaszelmozdulás) végrehajtható a terhelési folyamat. Ilyen módon meghatározható a törőteher és a tönkremeneteli mechanizmus.

In 1842, Robert Willis [1] described that the ribbed vaults built in medieval Europe were completely different from the usual designs in ancient Roman architecture. He claims that the main load-bearing elements of rib vaults are the ribs themselves, between which the vault surfaces are typically designed of weaker material as a subsequent masonry. His statement was treated as evidence in many cases. On the other hand, Alexander states [2] that the ribs of the late Gothic era were certainly only important during construction and they mainly played an aesthetic role.

Based on the above statements, there is no consensus among researchers regarding the importance of the ribs and the change in their role over time.

From the equilibrium, compatibility (geometry) and material equations, the first two are the most important in the examination of masonry structures, since the stresses are typically an order of magnitude smaller than the strength of the material. From this point of view, *limit analysis* provides the theoretical background for checking the structures. Just as in the examination of structures with ductile materials, such as steel frames, the static and kinematic theorem

of plasticity can also be applied to masonry arches and vaults that can open between individual elements.

In case of planar structures, the *thrust-line method* [4,5,6] and the *limit analysis method* [7], which can be defined based on the equilibrium equations of the rigid bodies that make up the structure, give a *lower bound* of the breaking load in accordance with the static theorem of plasticity. The great advantage of these methods is that they provide a safe approximation of the maximum load of the structure and the failure mechanism based solely on the geometry of the structure, regardless of the material.

The kinematic theorem of plasticity is used to determine the *upper bound* of the load capacity of vaults [8,9,10]. In these solutions, there are many, often non-physical, parameters to be defined for the modelling of spatial masonry structures between the elements, which determine the stiffness of the connections, the quality of the friction, and the amount of energy dissipation. These methods are very effective in predicting the failure mechanism of the structure, however, they are very sensitive to the parameters indicated above, that can typically be determined based on experimental results.

Based on the above, the role of ribs in case of spatial ribbed vaults is still an open question. Examining the breaking load of a given rib system can characterize the quality of the entire vault; this way the *goodness* of the historical forms can be determined purely on the basis of geometric aspects from a structural point of view. During the research, we can answer how sensitive the structures are to the differences between certain geometric editing methods of the rib system or the editing procedures used during the theoretical reconstructions of later ages. Knowledge of the failure mechanism of rib systems can help us understand the condition of existing but damaged structures and the appropriate way to strengthen or restore them.

During the research, a numerical model must be created, which can be used to perform the limit analysis of the arch systems. In the program, the individual beam elements model the stones that make up the ribs, and the special eccentric joints between the beam elements model the connection that can be opened. With this model, the loading process can be carried out for self-weight and different types of loads (concentrated load at the crown, horizontal load proportional to self-weight, support displacement) to find the limit load and the final mechanism of the structure.

A **téma** meghatározó irodalma⁵:

- [1] R. Willis, "On the Construction of the Vaults of the Middle Ages," Transactions of the Royal Institute of British Architects of London, i, Part ii, 1842, I-69.

- [2] Alexander, K. D., Mark, R., & Abel, J. F. (1977). The Structural Behavior of Medieval Ribbed Vaulting. Journal of the Society of Architectural Historians, 36(4), 241–251. doi:10.2307/989280

⁵ Minimum 5, maximum 10 cikket vagy monográfiát kérünk felsorolni, amik között feltétlenül szerepelnie kell a legfrissebb, legismertebb eredményeknek.

- [3] Hooke, R. 1675. A description of helioscopes, and some other instruments. London.
- [4] Heyman, J. (1966). The stone skeleton. *International Journal of Solids and Structures*, 2(2), 249–279. doi:10.1016/0020-7683(66)90018-7
- [5] Gáspár, O., Sajtos, I., Sipos, A. Á., (2022). Multi-Hinge Failure Mechanisms of Masonry Arches Subject to Self-Weight as Derived from Minimum Thickness Analysis. *International Journal of Architectural Heritage*, DOI: 10.1080/15583058.2022.2084702
- [6] Block, P., Ciblac, T., & Ochsendorf, J. (2006). Real-time limit analysis of vaulted masonry buildings. *Computers & Structures*, 84(29-30), 1841–1852. doi:10.1016/j.compstruc.2006.08.002
- [7] Livesley, R. K. (1978). Limit analysis of structures formed from rigid blocks. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 12(12), 1853–1871. doi:10.1002/nme.1620121207
- [8] Livesley, R. K. (1992). A computational model for the limit analysis of three-dimensional masonry structures. *Meccanica*, 27(3), 161–172. doi:10.1007/bf00430042
- [9] Chiozzi, A., Milani, G., Tralli, A. (2017). A Genetic Algorithm NURBS-based new approach for fast kinematic limit analysis of masonry vaults. *Computers & Structures*, Volume 182, 187-204. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2016.11.003>.
- [10] Simon, J., & Bagi, K. (2014). Discrete Element Analysis of the Minimum Thickness of Oval Masonry Domes. *International Journal of Architectural Heritage*, 10(4), 457–475. doi:10.1080/15583058.2014.996921

A **téma** hazai és nemzetközi folyóiratai⁶:

- Periodica Polytechnica Architecture
- International Journal of Architectural Heritage
- Nonlinear Dynamics
- Earthquake Engineering & Structural Dynamics
- Bulletin of Earthquake Engineering
- Computers and Structures

A **témavezető** fenti folyóiratokban megjelent 5 közleménye:

- Ther T, Kollár LP. Refinement of Housner’s model on rocking blocks. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2016; DOI: 10.1007/s10518-016-0048-8.
- Ther T, Kollár LP. Model for Multi-Block Columns Subjected to Base Excitation. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 2017. DOI: 10.1002/eqe.2957
- Ther T, Sajtos I, Strommer L, Armuth M. Ribbed vaults of the Nagyvázsony monastery church – Geometrical factor of safety highlights the secret. *Periodica Polytechnica Architecture* 41/1 3-8, 2010. DOI: 10.3311/pp.ar.2010-1.01
- Kollár LP, Ther T. Numerical model and dynamic analysis of multi degree of freedom masonry arches. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 48 (7), 709-730, 2019

⁶ Minimum 5, maximum 10 folyóirat megadását kérjük, melyek között feltétlenül szerepelnie kell a PhD fokozatszerzés szempontjából elengedhetetlen (Web of Science, Scopus) minősítésű idegen nyelvű folyóiratoknak is. Kérjük, ezeket a periodikákat a felsorolásban jelölnék meg.

- Ther T, Kollár LP. Dynamical similarity of multi-block catenary arches and rocking blocks subjected to horizontal base excitation. *Nonlinear Dynamics* 104 (3), 2099-2116, 2021

A **témavezető** utóbbi tíz évben megjelent 5 legfontosabb publikációja:

- Ther T, Kollár LP. Refinement of Housner's model on rocking blocks. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2016; DOI: 10.1007/s10518-016-0048-8.

- Ther T, Kollár LP. Overturning of rigid blocks for earthquake excitation. *Bulletin of Earthquake Engineering* 16 (3), 1607-1631, 2018

- Kollár LP, Ther T. Numerical model and dynamic analysis of multi degree of freedom masonry arches. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 48 (7), 709-730, 2019

- Ther T, Kollár LP. Dynamical similarity of multi-block catenary arches and rocking blocks subjected to horizontal base excitation. *Nonlinear Dynamics* 104 (3), 2099-2116, 2021

- Várkonyi PL, Kocsis M, Ther T. Rigid impacts of three-dimensional rocking structures. *Nonlinear Dynamics* 107 (3), 1839-1858, 2022

A **témavezető** eddigi doktoranduszai⁷:

(név/felvétel éve/abszolutórium megszerzésének éve/PhD fokozat éve)

-/-/-

Melléklet: a téma bővebb leírása (magyar és angol⁸ nyelven)

Budapest, 2022.11.25.



Témavezető aláírása

⁷ Kérjük, a témavezetési tevékenységre vonatkozó adatokat abban az esetben is adja meg, ha témavezetőként a DI már korábban akkreditálta.

⁸ A téma bővebb leírása angol nyelven csak akkor szükséges, ha a témavezető vállalja külföldi hallgató fogadását.

Bordás boltozatok teherbírása

Témajavaslat

Dr. Ther Tamás

Robert Willis [1] 1842-ben írta le, hogy a középkori Európában épült bordás boltozatok merőben eltérnek az ókori római építészetben megszokott kialakításoktól. Állítása szerint a bordás boltozatok fő teherhordó elemei a bordák, melyek közé utólagos kifalazásként, jellemzően gyengébb anyagból készültek el a boltozati felületek. Állítását a későbbiekben sok esetben evidenciaként kezelték. Ezzel szemben Alexander [2] úgy fogalmaz, hogy a bordák a késő gótikában már minden bizonnyal csupán az építés során bírtak jelentőséggel és leginkább esztétikai szerepük jelentős.

A fenti állítások alapján a bordák jelentőségének és szerepük időbeli változásának kapcsán nincs konszenzus a kutatók körében.

Boltozatok és boltívek helyes geometriájának meghatározásához az egyik első lépés Robert Hook felismerése [3], amely az önsúlyával terhelt lánc és a nyomott ív alakjának azonosságára mutatott rá. A láncgörbe alakját Poleni határozta meg és megfigyelése nagyban hozzájárult a római Szent Péter bazilika kupolájának helyes megerősítéséhez.

A falazott szerkezetekkel kapcsolatos vizsgálatoknál az egyensúlyi-, kompatibilitási- (geometria) és anyagegyenletek közül a két első a leglényegesebb, mivel a feszültségek jellemzően egy nagyságrenddel kisebbek, mint az anyag szilárdsága. Ebből a megfontolásból a szerkezetek ellenőrzéséhez a *limit analysis* biztosít elméleti háttérrel. Ahogy képlékenyedő anyagú szerkezetek – például acél keretek – vizsgálatánál, úgy az egyes elemek között megnyílni képes falazott íveknél, boltozatoknál is alkalmazható a képlékenységtan statikai és kinematikai tétele.

A képlékenységtan statikai tételének alkalmazásához olyan statikailag lehetséges egyensúlyi állapotokat keresünk, amelyekhez tartozó terhek maximuma adja a törőteher alsó korlátját (*limit load*). Ehhez Heyman [4] javaslata alapján az alábbi közelítésekkel kell élni: a falazatnak nincs húzószilárdsága; a nyomószilárdság végtelen nagynak tekinthető; az elemek egymáson való megcsúszása nem következhet be. Az így megtalált legnagyobb teher egy alsó korlátot (*lower bound*) jelent, a valós szerkezet törőterhe ennél nagyobb. A kinematikai tétel segítségével a fentiekhez hasonlóan meghatározott mechanizmushoz tartozó teherszint egy felső becslést (*upper bound*) ad a törőteherre. A mechanizmus egy síkbeli ív esetén úgy alakul ki, hogy az ív mentén a nyomásvonal legalább négy helyen [5] érinti az ív külső vagy belső kontúrját: ezeken a helyeken külpontos (képlékeny) csukló alakul ki, a szerkezet statikailag túlhatározottá válik.

Síkbeli szerkezetek esetén a nyomásvonal vizsgálat [6] és a szerkezetet alkotó merev testek egyensúlyi egyenletei alapján definiálható *limit analysis* vizsgálat [7] a képlékenységtan statikai tételének megfelelően egy alsó becslést ad a törőteherre. Ezen vizsgálatok nagy előnye, hogy pusztán a szerkezet geometriája alapján – így az anyagtól függetlenül – adnak egy biztonságos

közelítést a szerkezet maximális terhével és a tönkremenetelhez tartozó mechanizmussal kapcsolatban. Heyman [4] a biztonság meghatározásához bevezette a geometriai biztonság fogalmát, amely az ív tényleges magasságának és a szükséges minimum vastagságnak az aránya.

A képlékenységtan kinematikai tételét alkalmazzák boltozatok teherbírásának felső korlátjának meghatározásához [8,9]. Ezen vizsgálatoknál a térbeli, falazott szerkezetek modellezéséhez az egyes felületelemek között definiálandó számos olyan, sokszor nemfizikai paraméter, amely a kapcsolatok merevségét, a súrlódás milyenségét, és az energiadisszipáció mértékét határozzák meg. Hasonlóan számos nemfizikai paraméter bevezetését igényli a diszkrét elemes módszer [10] alkalmazása. Ezen eljárások nagyon hatékonyan jósolják meg a szerkezet tönkremeneteli mechanizmusát, azonban igen érzékenyek a fent jelzett paraméterekre, így jellemzően kísérleti eredmények alapján határozhatók meg.

A fentiek alapján továbbra is nyitott kérdés, hogy térbeli bordás boltozatok esetén milyen jelentősége van a bordák jelenlétének. Adott bordarendszer *lower bound* törőterhének vizsgálata jellemezheti a teljes boltozat milyenségét, ilyen módon a történeti formák tartószerkezeti szempontból releváns jósága pusztán geometriai szempontok alapján meghatározható. A kutatás során választhatunk arra, hogy a bordarendszer egyes geometriai szerkesztési módjai, vagy a későbbi korok elvi rekonstrukciói során alkalmazott szerkesztési eljárások közötti különbségekre mennyire érzékenyek a szerkezetek. A bordarendszerek tönkremeneteli mechanizmusának ismerete segíthet megérteni meglévő, de sérült szerkezetek állapotát, az erősítés vagy helyreállítás megfelelő módját. A kutatás során létre kell hozni egy térbeli rúdszerkezeti programot, amellyel az ívrendszerek *limit analysis* vizsgálata végrehajtható. A programban az egyes rúdelemek a bordákat alkotó köveket, a rúdelemek közötti speciális külponthoz csatlakozóknak a megnyílni képes kapcsolatot modellezik. A számítási modellel önsúlyra és eltérő típusú terhekre (koncentrált teher a záradéknál, vízszintes irányú, önsúllyal arányos teher, támasz elmozdulás) végrehajtható a terhelési folyamat. Ilyen módon meghatározható a törőteher és a tönkremeneteli mechanizmus.

Hivatkozások

- [1] R. Willis, "On the Construction of the Vaults of the Middle Ages," Transactions of the Royal Institute of British Architects of London, i, Part ii, 1842, I-69.
- [2] Alexander, K. D., Mark, R., & Abel, J. F. (1977). The Structural Behavior of Medieval Ribbed Vaulting. *Journal of the Society of Architectural Historians*, 36(4), 241–251. doi:10.2307/989280
- [3] Hooke, R. 1675. A description of helioscopes, and some other instruments. London.
- [4] Heyman, J. (1966). The stone skeleton. *International Journal of Solids and Structures*, 2(2), 249–279. doi:10.1016/0020-7683(66)90018-7
- [5] Gáspár, O., Sajtos, I., Sipos, A. Á., (2022). Multi-Hinge Failure Mechanisms of Masonry Arches Subject to Self-Weight as Derived from Minimum Thickness Analysis. *International Journal of Architectural Heritage*, DOI: 10.1080/15583058.2022.2084702
- [6] Block, P., Ciblac, T., & Ochsendorf, J. (2006). Real-time limit analysis of vaulted masonry buildings. *Computers & Structures*, 84(29-30), 1841–1852. doi:10.1016/j.compstruc.2006.08.002

- [7] Livesley, R. K. (1978). Limit analysis of structures formed from rigid blocks. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 12(12), 1853–1871. doi:10.1002/nme.1620121207
- [8] Livesley, R. K. (1992). A computational model for the limit analysis of three-dimensional masonry structures. *Meccanica*, 27(3), 161–172. doi:10.1007/bf00430042
- [9] Chiozzi, A., Milani, G., Tralli, A. (2017). A Genetic Algorithm NURBS-based new approach for fast kinematic limit analysis of masonry vaults. *Computers & Structures*, Volume 182, 187-204. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2016.11.003>.
- [10] Simon, J., & Bagi, K. (2014). Discrete Element Analysis of the Minimum Thickness of Oval Masonry Domes. *International Journal of Architectural Heritage*, 10(4), 457–475. doi:10.1080/15583058.2014.996921